



**CONCOURS D'ELEVE TECHNICIEN SUPERIEUR DE LA STATISTIQUE**

**EPREUVE DE CALCUL NUMÉRIQUE (MAI 2006)**

**DURÉE : 3 HEURES**

**EXERCICE 1**

Un véhicule coûte 80 millions de francs en 2004. Il se déprécie de 20% par an ; (c'est-à-dire que son prix de revente baisse de 20% par an).

- 3) Quelle est sa valeur du véhicule au bout de cinq ans ?
- 4) On suppose que pendant la même période, les prix des véhicules neufs de ce type augmentent de 4% par an. Quelle somme d'argent l'entreprise doit-elle prévoir pour remplacer son véhicule neuf ?

**EXERCICE 2**

Un couple souhaite avoir trois enfants. A chaque naissance, on note G si l'on a un garçon et F si c'est une fille. En supposant que la probabilité d'avoir un garçon est de 48% et celle d'avoir une fille de 52%.

- 1) Déterminer à partir de l'arbre des probabilités, l'ensemble  $\Omega$  des résultats possibles et leur probabilité.
- 2) Calculer la probabilité des événements suivants :  
A = « obtenir au moins deux filles »  
B = « Obtenir un enfant au moins de chaque sexe »  
C = « le deuxième enfant est de sexe différent de celui des deux autres »  
D = « obtenir au moins deux filles sachant que l'enfant le plus âgé est une fille »
- 3) On appelle X, la variable aléatoire qui associe le nombre de garçons à chaque résultat :
  - a) Donner sous forme de tableau, la loi de probabilité de la variable X
  - b) Calculer la moyenne  $\mu$  et l'écart-type  $\sigma$  de X.

**EXERCICE 3**

- 1) Montrer que la somme S des n premiers entiers naturels non nuls est  $\frac{n(n+1)}{2}$

En déduire la somme des multiples de 3 inférieurs à 2000.

- 2) Montrer par récurrence que  $\forall n \in \mathbb{N}^*, \sum_{p=1}^n (2p-1)^3 = 2n^4 - n^2$

En déduire la valeur de la somme  $S = 11^3 + 13^3 + 15^3 + \dots + 19^3$ .

- 3) Montrer que la somme S' des premières puissances du réel q avec  $q \neq 1$  est  $S' = \frac{1-q^n}{1-q}$

En déduire :

- a) la somme des puissances de 3 inférieurs à 20.000
- b) la limite de la suite  $S_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^n}$  lorsque n tend vers l'infini.

## EXERCICE 4

On dispose de la statistique suivante portant sur les exploitations agricoles d'une certaine région, classées d'après leur superficie.

Superficie en hectares	Nombre d'exploitations
[0, 1[	20
[1, 2[	50
[2, 3[	60
[3, 5[	80
[5, 10[	160
[10, 24[	100
[24, 40[	30

- 1) Après avoir calculé les effectifs cumulés croissants et les effectifs cumulés décroissants, présenter l'histogramme relatif à cette distribution.
- 2) Présenter, sur un même repère, le polygone cumulatif croissant et polygone cumulatif décroissant.
- 3) Donner les coordonnées du point d'intersection de ces deux polygones. Indiquer la signification de l'abscisse de ce point.
- 4) En admettant que les effectifs propres à une classe se répartissent uniformément à l'intérieur de cette classe, calculer le nombre de ces exploitations dont la superficie est :
  - a) inférieure à 2,75 hectares ;
  - b) supérieure à 5,5 hectares ;
  - c) comprise entre 3,2 et 10,7 hectares.